LISTA DE EXERCÍCIOS

MATRIZES

PARTE I

Álgebra II

CPEL

Parte I – Conceitos Básicos

Um espaço para teoria!

1. Copie o texto abaixo no seu caderno completando as lacunas com as palavras da caixa.

"Uma matriz é uma ______ disposta em ______ e ______. A quantidade de linhas e colunas de uma matriz determina sua ______, a qual fica subscrita no canto inferior direito da matriz. Quando o número de linhas e colunas for igual, a matriz é denominada: _______"

quadrada
ordem tabela
linhas colunas

2. Copie no seu caderno e complete a tabela abaixo referente à matriz $A = (a_{ij})$.

Elemento da primeira linha e terceira coluna	a_{13}
	a_{55}
Elemento da sétima linha e quarta coluna	
	a_{61}
Elemento da i-ésima linha e j-ésima coluna	

3. Copie o texto abaixo no seu caderno completando as lacunas com as palavras da caixa.

"Duas matrizes são iguais se, e somente se, apresentam a mesma _____ e os mesmos ________ nas mesmas _______."

elementos ordem
posições

Exercícios Básicos

1. Determine a ordem das matrizes abaixo.

a. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 17 & 8 & 2 & 7 & 10 \\ 0 & 5 & 11 & 3 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 0 & 10 & 6 \\ 1 & -2 & 9 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 & 7 & 11 \end{bmatrix}$

2. Na matriz abaixo $A = (a_{ij})_{4x6}$, determine os elementos que são pedidos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 8 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 14 & 9 & 22 \\ 8 & 5 & 21 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 9 & 7 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$a_{13} =$

$a_{31} =$

$a_{44} =$

$a_{25} =$

3. Obtenha a matriz $B = (b_{ij})_{2x2}$ em que cada elemento $b_{ij} = 3i^2 + 4j$.

4. Obtenha a matriz $C = (c_{ij})_{4x2}$ em que cada elemento $c_{ij} = \begin{cases} i + j, \ se\ i < 2 \\ 0 \quad, se\ i = 2 \\ i - j, se\ i > 2 \end{cases}$

5. Sabendo que as matrizes A e B são iguais, determine o valor de x e y em cada caso:

a.

$A = \begin{bmatrix} x - 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 7 & x - 6 \\ 0 & y + 3 \end{bmatrix}$

b.

$A = \begin{bmatrix} x - 3 & 4 \\ -1 & y + 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} -y & 4 \\ -1 & x - 1 \end{bmatrix}$

Parte II – Operações com Matrizes I

Um espaço para teoria!

1. Copie o texto abaixo no seu caderno completando as lacunas com as palavras da caixa.

"Seja A uma matriz. A^t é a representação de sua _______ e $-A$ de sua ______. Uma matriz é dita _______ quando $A = A^t$."

	simétrica	
oposta		transposta

2. Copie o texto abaixo no seu caderno completando as lacunas com as palavras da caixa.

"Existem 3 operações básicas envolvendo matrizes. (1) _______ entre uma matriz e um número real; (2) _______ entre matrizes; (3) Multiplicação entre _______. "

		Soma/Subtração
matrizes	Multiplicação	

3. Complete os espaços com V (verdadeiro) ou F (falso).

a) A primeira linha de uma matriz A é igual à primeira coluna de A^t. ( )

b) Para determinar a matriz oposta $-A$, basta trocar o sinal de todos os elementos de A. ( )

c) Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $20A = \begin{bmatrix} 20 & 40 \\ 60 & 80 \end{bmatrix}$. ( )

d) Só é possível somar/subtrair matrizes de mesma ordem. ( )

e) Se $A = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $A + B = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}$ $e\ A - B = \begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$. ( )

Exercícios Básicos

1. Determine, em cada caso, a matriz transposta (A^t) e a matriz oposta ($-A$).

a. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 17 & 8 & 2 & 7 & 10 \\ 0 & 5 & 11 & 3 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 6 \\ 1 & -2 & 9 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 & 7 & 11 \end{bmatrix}$

2. Sabendo que a matriz B abaixo é simétrica, determine os valores de x e y.

$$B = \begin{bmatrix} 9 & 13 & x-1 \\ 13 & -2 & 10 \\ 4 & y+8 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Considerando as matrizes A e B abaixo, determine $3A^t - 2B$.

$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

4. Considerando as matrizes A e B abaixo, determine $\frac{1}{3}A + \frac{1}{5}B$.

$A = \begin{bmatrix} 9 & 17 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$

Exercícios Complementares

1. (UFG) Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & a^2 \\ -27 & -4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2^b & 9 \\ a^3 & c \end{bmatrix}$. Para que elas sejam iguais, deve-se ter:

a) a = −3 e b = - c = 4

b) a = 3 e b = c = −4

c) a = 3 e b = -c = −4

d) a = −3 e b = c = −4

e) a = −3 e b = c^2 = 4

2. (UFBA) Se $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ e $Q = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, a matriz transposta de $P - 2Q$ é:

a. $\begin{bmatrix} 10 & 8 \\ -3 & 11 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} -2 & -12 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} -2 & 8 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$ e. $\begin{bmatrix} 10 & 11 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

3. (SANTA CASA – SP) Se a matriz $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ x^2 & 0 & 1-y \\ x & y-3 & 1 \end{bmatrix}$ é simétrica, então o valor de x+y é:

a. 3 b. 1 c. 0 d. -2 e. -3

4. (SANTA CASA – SP) Se uma matriz quadrada A é tal que $A^t = -A$ ela é chamada anti-simétrica. Sabe-se que M é anti-simétrica e,

$$M = \begin{bmatrix} 4+a & \dots & \dots \\ a & b+2 & \dots \\ b & c & 2c-8 \end{bmatrix}$$

Os termos a_{12}, a_{13} e a_{23} da matriz M valem respectivamente:

a. -4, -2 e 4 b. 4, 2 e -4 c. 4, -2 e -4 d. 2, -4 e 2 e. n.d.a.

Parte III – Operações com Matrizes II

Um espaço para teoria!

1. Sejam $A = (a_{ij})_{4x5}$ e $B = (b_{ij})_{5x6}$ matrizes. Complete os espaços com V (verdadeiro) ou F (falso).

a) É possível efetuar a multiplicação AxB. ( )

b) É possível efetuar a multiplicação BxA. ( )

c) $AxB = BxA$. ( )

d) A matriz resultante da multiplicação AxB é uma matriz de ordem $4x6$. ( )

e) A matriz resultante da multiplicação BxA é uma matriz de ordem $5x5$. ( )

f) Seja $C = AxB$. Para obter c_{11}é necessário multiplicar a_{11} com b_{11}. ( )

g) Seja $C = AxB$. Para obter c_{11}é necessário multiplicar a 1^a linha de A com a 1^a coluna de B. ( )

h) Seja $C = AxB$. Para obter c_{35}é necessário multiplicar a 3^a linha de A com a 5^a coluna de B. ( )

Exercícios Básicos

1. Determine se é possível efetuar a multiplicação entre as matrizes abaixo e, a ordem da matriz resultante.

a) $A = (a_{ij})_{4x5}$ X $B = (b_{ij})_{5x6}$

b) $A = (a_{ij})_{2x2}$ X $B = (b_{ij})_{2x2}$

c) $A = (a_{ij})_{7x5}$ X $B = (b_{ij})_{7x5}$

d) $A = (a_{ij})_{10x1}$ X $B = (b_{ij})_{1x2}$

2. Obtenha o produto da matriz AB em cada caso.

a)
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

b)
$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

c)
$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & -9 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

d)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

3. Obtenha a matriz A^2.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

Exercícios Complementares

1. (UniAra) Sobre as sentenças:

I. O produto de matrizes $A_{4x3}.B_{3x2}$ é uma matriz $4x3$.
II. A soma de matrizes $A_{2x3} + B_{2x3}$ é uma matriz $2x3$.
III. A soma de matriz $A_{2x3} + B_{3x2}$ é uma matriz $2x2$.

É verdade que:

a) somente a II é falsa
b) somente a I é falsa
c) I, II e III, são falsas
d) I e III são falsas
e) somente a III é falsa

2. (UEL) Sejam as matrizes A e B, respectivamente, $3x4$ e pxq. Se a matriz $A.B$ é $3x5$, então é verdade que:

a) p = 5 e q = 5
b) p = 4 e q = 5
c) p = 3 e q = 5
d) p = 3 e q = 4
e) p = 3 e q = 3

3. (UFSCAR) Seja a matriz $M = (m_{ij})_{2x3}$, tal que $m_{ij} = j^2 - i^2$.

a) Escreva M na forma matricial.

b) Sendo M^t a matriz transposta de M. Calcule o produto $M.M^t$.

4. (FUVEST) Considere as matrizes:

$A = (a_{ij})_{4x7}, definida\ por\ a_{ij} = i - j$
$B = (B_{ij})_{7x9}, definida\ por\ b_{ij} = i$
$C = (C_{ij})\ \ , definida\ por\ C = AB$

O elemento c_{63}

a) é -112
b) é -18
c) é -9
d) é 112
e) não existe

Gabarito

Parte I – Conceitos Básicos

Exercícios Básicos

1.

a. 3x6 b. 3x3 c. 4x1 d. 1x5

2.

$a_{13} = 0$ $a_{31} = 8$ $a_{44} = 2$ $a_{25} = 9$

3. $B = \begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 16 & 20 \end{bmatrix}$

4. $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

5.

a. $x = 8 \; e \; y = -2$

b. $x = \frac{5}{2} \; e \; y = \frac{1}{2}$

Parte II – Operações com Matrizes I

Exercícios Básicos

1.

a. $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 17 & 5 \\ 4 & 8 & 11 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 7 & 8 \\ 0 & 10 & 1 \end{bmatrix}$

$-A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -17 & -8 & -2 & -7 & -10 \\ 0 & -5 & -11 & -3 & -8 & -1 \end{bmatrix}$

b. $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 10 & -2 & 3 \\ 6 & 9 & 0 \end{bmatrix}$

$-A = \begin{bmatrix} 0 & -10 & -6 \\ -1 & 2 & -9 \\ -4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

c. $A^t = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$-A = \begin{bmatrix} -10 \\ -5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

d. $A^t = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix}$

$-A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 & -7 & -11 \end{bmatrix}$

2. $x = 5 \; e \; y = 2$

3. $\begin{bmatrix} 17 & 14 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} \frac{19}{5} & \frac{20}{3} \\ \frac{67}{15} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$

Exercícios Complementares

1. D **2.** B **3.** B **4.** B

Parte II – Operações com Matrizes II

Exercícios Básicos

1.

a) Sim. A matriz resultante terá ordem $4x6$.
b) Sim. A matriz resultante terá ordem $2x2$.
c) Não.
d) Sim. A matriz resultante terá ordem $10x2$.

2.

a) $\begin{bmatrix} 33 & 2 & -11 \\ -4 & 13 & 9 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -6 & 0 & 18 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

c) Não é possível efetuar a multiplicação.

d) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 13 & 1 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

Exercícios Complementares

1. D

2. B

3.

a) $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 8 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 73 & 40 \\ 40 & 34 \end{bmatrix}$

4. E